ISSN 1392–1541 Geodezija ir kartografija, 2005, XXXI t., Nr. 1
Geodesy and Cartography, 2005, Vol XXXI, No 1

UDK 528.14

GPS MATAVIMO REZULTATŲ TIKSLUMO ĮVERTINIMAS APDOROJANT DISKREČIUOJU KALMANO FILTRU

Jonas Skeivalas
Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius-40, Lietuva,
el. paštas: Jonas.Skeivalas@ap.vtu.lt

Įteikta 2004 12 10, priimta 2005 01 03

Santrauka. Straipsnyje analizuojamas GPS ir kitų sistemų, veikiančių realiojo laiko masteliu, matavimo rezultatų apdorojimas ir tikslumo įvertinimas, taikant diskretųjį Kalmano filtrą. Besikaupiantys matavimo duomenys apdorojami tam tikromis porcijomis mažiausiųjų kvadratų metodu, taikant rekurentinį principą. Gavus naujus matavimo rezultatus tikslinamos anksčiau apskaičiuotų parametrų vektorių reikšmės ir jų kovariacijų matricos. Išvedamos formulės išlygintų parametrų vektorių reikšmėms skaičiuoti bei jų kovariacijų matricai nustatyti.

Raktažodžiai: Kalmano filtras, kovariacija, GPS.

1. Įvadas

GPS imtuvų bei kitų matavimo prietaisų, veikiančių realiojo laiko masteliu, matavimo rezultatams apdoroti dažniausiai taikomas diskretusis Kalmano filtras, pagrįstas rekurentiniu metodu [1–5]. Šiose sistemose matavimo rezultatai panaudojami ne visi iš karto, o porcijomis, jiems besikaupiant matavimo prietaise. Taip yra tikslinamos anksčiau apskaičiuotos parametrų reikšmės bei jų kovariacijų matrica. Matavimų rezultatai apdorojami taikant mažiausiųjų kvadratų metodą. Eiliniu išlyginimo etapu apskaičiuotų parametrų tikslumas įvertinamas atsižvelgiant į ankstesniuoju skaičiavimų etapu nustatytų parametrų tikslumą. Išlygintų parametrų kovariacijų matricos skaičiavimo procedūra yra analogiška kaip ir įprastinio mažiausiųjų kvadratų metodo.

2. Kalmano filtro algoritmas

Kalmano filtravimo algoritmas pagrįstas rekurentiniu santykiu, kai, panaudojant atsitiktinio dydžio ar atsitiktinės funkcijos *i*-1-osios imties duomenų apdorojimo metu gautus parametrų įverčius, toliau apdorojant naujos *i*-osios imties duomenis, tikslinamos gautosios atsitiktinio dydžio ar funkcijos parametrų reikšmės.

Kaip GPS matavimų parametrai taikoma nustatomų taškų erdvinės koordinatės (X, Y, Z), pradinių sveikųjų ciklų skaičius N, GPS imtuvo laikrodžio eigos pataisa, jonosferos modelio koeficientai ir kt.

Apdorojus *i*-1-osios matavimų imties duomenis gaunama apriorinė informacija, t. y. parametrų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}-1}$ reikšmė ir jo kovariacijų matricos $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_{i-1}}$ įvertis. Toliau atlikdami matavimus gauname naująjį *i*-osios matavimų imties vektorių $\boldsymbol{B_i} = (\boldsymbol{B}_{i1}, ..., \boldsymbol{B_{in}})^{\boldsymbol{T}}$ ir jo kovariacijų matricos $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i}$ įvertį. Matavimų imtį gali sudaryti vienas arba daugiau matavimų rezultatų. Taikant Kalmano filtravimo procedūras, gaunami patikslinti aprioriniai įverčiai, t. y. nauja parametrų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}}$ reikšmė bei jo kovariacijų matricos $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_i}$ įvertis. Šie įverčiai vadinami aposterioriniais įverčiais.

Kalmano algoritmas yra netiesinė filtravimo procedūra, kai atsitiktinio dydžio ar funkcijos parametrų įverčiams nustatyti taikomas mažiausiųjų kvadratų metodas.

Matricų pavidalu sudarome tiesinių pataisų lygčių sistemą iš dviejų grupių:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i} &= \boldsymbol{A_i}\tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}} - \boldsymbol{B_i} \\ \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{T}_i} &= \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}} - \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}-1} \end{aligned}\right\}, \tag{1}$$

čia $\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i}, \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{T}_i}$ – išmatuotų dydžių ir parametrų pataisų vektoriai; $\boldsymbol{A_i}$ – pataisų lygčių koeficientų matrica, sudaryta pagal *i*-ąjį matavimų vektorių. Matrica $\boldsymbol{A_i}$ sudaroma pagal pseudoatstumų arba nešlio virpesių fazių matavimų duomenis ar įvairias jų kombinacijas. Tuo atveju, kai pirmosios grupės lygčių sistema yra netiesinė, ji, taikant linearizavimą, paverčiama tiesine.

Lygčių sistema (1) sprendžiama laikantis mažiausiųjų kvadratų metodo sąlygos:

$$\Phi = \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i}^{\boldsymbol{T}} \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1} \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i} + \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{T}_i} \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}^{-1} \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{T}_i} = \min, \tag{2}$$

čia $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}, \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}$ – svorinės matricos, kai $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i} = \sigma_0^2 \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}$, $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{T}_i} = \sigma_0^2 \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}$.

Laisvųjų narių vektorių reikšmėms sumažinti taikome apytikrę parametrų vektoriaus reikšmę

$\boldsymbol{T_i} = \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}-1}$, kai pataisų vektorius $\boldsymbol{\tau_i} = \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}} - \boldsymbol{T_i}$. Tuomet lygčių sistema (1) užrašoma taip:

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i} &= \boldsymbol{A_i}\boldsymbol{\tau_i} + \boldsymbol{L_i} \\ \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{T}_i} &= \boldsymbol{\tau_i} \end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

čia $\boldsymbol{L_i} = \boldsymbol{A_i}\boldsymbol{T_i} - \boldsymbol{B_i}$ – laisvųjų narių vektorius.

Blokinių matricų pavidalas –

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i} \\ \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{T}_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{A_i} \\ \boldsymbol{E} \end{pmatrix}\boldsymbol{\tau_i} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{L_i} \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{4}$$

Mažiausiųjų kvadratų metodo sprendinys gaunamas iš normalinių lygčių sistemos:

$$\boldsymbol{N_i}\boldsymbol{\tau_i} + \boldsymbol{\omega_i} = 0$$

ir

$$\boldsymbol{\tau_i} = -\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{\omega_i}, \tag{5}$$

čia

$$\boldsymbol{N_i} = \left(\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\ \boldsymbol{E}\right)\begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1} & \\ & \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}^{-1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{A_i} \\ \boldsymbol{E} \end{pmatrix} = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\boldsymbol{A_i} + \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}^{-1}, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{\omega_i} = \left(\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\ \boldsymbol{E}\right)\begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1} & \\ & \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}^{-1} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \boldsymbol{L_i} \\ 0 \end{pmatrix} = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\boldsymbol{L_i}. \tag{7}$$

Svorinė matrica $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i} = \boldsymbol{Q}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_{i-1}}$ apskaičiuojama apdorojant i-1-osios matavimų imties duomenis, o svorinė matrica $\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}$ gaunama pagal i-osios imties duomenis.

3. Išlygintųjų parametrų tikslumo įvertinimas

Įvertiname apskaičiuotų parametrų pataisų vektoriaus $\boldsymbol{\tau_i}$ bei išlygintųjų parametrų $\tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}} = \boldsymbol{T_i} + \boldsymbol{\tau_i}$ vektoriaus tikslumą, nustatydami jų kovariacijų matricas $\boldsymbol{K}_{\tau_i}$ ir $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_i}$.

Parametrų pataisų vektoriaus $\boldsymbol{\tau}_i$ (5), kaip tiesiniu operatoriumi $\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}$ transformuoto atsitiktinio vektoriaus $\boldsymbol{\omega}_i$, kovariacijų matricą $\boldsymbol{K}_{\tau_i}$ nustatome pagal formulę:

$$\boldsymbol{K}_{\tau_i} = \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{K}_{\omega_i}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1} = \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{L}_i}\left(\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\right)^{\boldsymbol{T}}. \tag{8}$$

Kadangi laisvųjų narių vektorius $\boldsymbol{L_i} = \boldsymbol{A_i}\boldsymbol{T_i} - \boldsymbol{B_i}$, tai jo kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{L}_i}$ yra:

$$\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{L}_i} = \boldsymbol{A_i}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}} + \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i} = \sigma_0^2\left(\boldsymbol{A_i}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}} + \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}\right), \tag{9}$$

nes vektoriai $\boldsymbol{T_i} = \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}-1}$ ir $\boldsymbol{B_i}$ yra nepriklausomai, o σ_0 – matavimo rezultato, kurio svoris lygus vienetui, standartinis nuokrypis.

Kovariacijų matricos $\boldsymbol{K}_{\tau_i}$ išraišką (8), atsižvelgdami į formulę (9), rašome tokiu pavidalu:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K}_{\tau_i} &= \sigma_0^2\left\{\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\boldsymbol{A_i}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\boldsymbol{A_i}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}} + \right. \\ &\left. + \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\boldsymbol{A_i}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\right\} = \sigma_0^2\left\{\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{N}_{i0}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{N}_{i0}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1} + \right. \\ &\left. + \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{N}_{i0}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\right\}, \end{aligned} \tag{10}$$

čia $\boldsymbol{N}_{i0} = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\boldsymbol{A_i}$.

Taikydami formulę (6) galime parašyti šią lygybę:

$$\boldsymbol{N_i}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i} = \boldsymbol{N}_{i0}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i} + \boldsymbol{E}$$

ir

$$\boldsymbol{N}_{i0}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i} = \boldsymbol{N_i}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i} - \boldsymbol{E}, \tag{11}$$

arba

$$\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{N}_{i0} = \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{N_i} - \boldsymbol{E}. \tag{12}$$

Kovariacijų matricą $\boldsymbol{K}_{\tau_i}$ (10), remdamiesi lygybe (11), rašome taip:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K}_{\tau_i} &= \sigma_0^2\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{N}_{i0}\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1} = \sigma_0^2\left(\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}\boldsymbol{N_i} - \boldsymbol{E}\right)\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1} = \\ &= \sigma_0^2\left(\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i} - \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\right). \end{aligned} \tag{13}$$

Taikant klasikinį mažiausiųjų kvadratų metodą kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_\tau$ skaičiuojama iš formulės $\boldsymbol{K}_\tau = \sigma_0^2\boldsymbol{N}^{-1}$.

Išlygintųjų parametrų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}}$ kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_i}$ nustatoma pagal šią $\tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}}$ išraišką:

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{T}}_{\boldsymbol{i}} &= \boldsymbol{T_i} + \tau_{\boldsymbol{i}} = \boldsymbol{T_i} - \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\left(\boldsymbol{A_i}\boldsymbol{T_i} - \boldsymbol{B_i}\right) = \\ &= \left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{N}_{i0}\right)\boldsymbol{T_i} + \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\boldsymbol{B_i}. \end{aligned} \tag{14}$$

Kadangi vektoriai $\boldsymbol{T_i}$ ir $\boldsymbol{B_i}$ nekoreliuoti, tai kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_i}$ yra lygi:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_i} &= \left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{N}_{i0}\right)\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{T}_i}\left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{N}_{i0}\right)^{\boldsymbol{T}} + \\ &+ \boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i}\left(\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{i}}^{-1}\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{i}}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1}\right)^{\boldsymbol{T}}, \end{aligned}$$

čia $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{T}_i} = \sigma_0^2\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}$, $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i} = \sigma_0^2\boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}$.

Atlikę nesudėtingas matematines operacijas gauname:

$$\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_i} = \sigma_0^2 \boldsymbol{N}_i^{-1} = \sigma_0^2 \left(\boldsymbol{A}_i^T \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1} \boldsymbol{A}_i + \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}^{-1} \right)^{-1}. \tag{15}$$

Kai i-oji imtis yra paskutinė matavimų imtis, formulė (15) kovariacijų matricos pavidalu parodo galutinį apskaičiuotų parametrų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{T}}_i$ tikslumą.

Išlygintųjų dydžių vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{B}}_i$ kovariacijų matricai $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{B}}_i}$ nustatyti taikome šią $\tilde{\boldsymbol{B}}_i$ išraišką:

$$\begin{aligned} \tilde{\boldsymbol{B}}_i &= \boldsymbol{B}_i + \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i} = \boldsymbol{B}_i + \boldsymbol{A}_i \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{L}_i = \\ &= \boldsymbol{A}_i \boldsymbol{N}_i^{-1} \boldsymbol{A}_i^T \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1} \boldsymbol{B}_i + \boldsymbol{A}_i \left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{N}_i^{-1} \boldsymbol{N}_{i0} \right) \boldsymbol{T}_i . \end{aligned} \tag{16}$$

Atsižvelgdami, kad vektoriai $\boldsymbol{T}_i$ ir $\boldsymbol{B}_i$ yra nepriklausomi, kovariacijų matricą $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{B}}_i}$ rašome taip:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{B}}_i} &= \boldsymbol{A}_i \boldsymbol{N}_i^{-1} \boldsymbol{A}_i^T \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1} \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{B}_i} \left(\boldsymbol{A}_i \boldsymbol{N}_i^{-1} \boldsymbol{A}_i^T \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1} \right)^T + \\ &+ \boldsymbol{A}_i \left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{N}_i^{-1} \boldsymbol{N}_{i0} \right) \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{T}_i} \left(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{N}_i^{-1} \boldsymbol{N}_{i0} \right)^T \boldsymbol{A}_i^T . \end{aligned}$$

Atlikę reikiamas matematines operacijas gauname:

$$\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{B}}_i} = \sigma_0^2 \boldsymbol{A}_i \boldsymbol{N}_i^{-1} \boldsymbol{A}_i^T . \tag{17}$$

Matavimo rezultato, kurio svoris lygus vienetui, standartinio nuokrypio σ_0 įvertis m_0 skaičiuojamas iš formulės:

$$\begin{aligned} \sigma_0^2 \approx m_0^2 &= \frac{1}{n-k} \boldsymbol{V}^T \boldsymbol{Q}^{-1} \boldsymbol{V} = \frac{1}{n-k} \left(\boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i}^T \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{T}_i}^T \right) \times \\ &\times \begin{pmatrix} \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1} & \\ & \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{B}_i} \\ \boldsymbol{V}_{\boldsymbol{T}_i} \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{18}$$

čia n – pataisų lygčių (1) skaičius, k – parametrų skaičius.

4. Išvados

1. Išvestos formulės (13), (15), pagal kurias skaičiuojamos parametrų pataisų vektoriaus $\boldsymbol{\tau}$ bei išlygintųjų parametrų vektoriaus $\tilde{\boldsymbol{T}}_i$, nustatytų mažiausiųjų kvadratų metodu, taikant Kalmano filtrą, kovariacijų matricos $\boldsymbol{K}_\tau$ ir $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_i}$.

2. Galimas rekurentinio metodo trūkumas yra tai, kad kovariacijų matrica $\boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_i}$ gali išsigimti, kai $\det \boldsymbol{K}_{\tilde{\boldsymbol{T}}_i} \to 0$. Tai rodo lygybė (6) $\boldsymbol{N}_i = \boldsymbol{A}_i^T \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{B}_i}^{-1} \boldsymbol{A}_i + \boldsymbol{Q}_{\boldsymbol{T}_i}^{-1}$, kurios pagrindinės įstrižainės elementų reikšmės, didėjant matavimų imčių skaičiui n, nuolat didėja. Todėl galimas toks skaičiavimų momentas, kai $\det \boldsymbol{N}_i^{-1} \approx 0$. Šiuo atveju skaičiavimų procedūra nutrūksta. Tolesniuose skaičiavimuose galima taikyti pseudoatvirkštinių matricų procedūras.

Literatūra

1. Skeivalas, J. GPS measurements processing by the use of Kalman discrete filter with additional parameters of errors. *Geodesy and Cartography* (*Geodezija ir kartografija*), Vol XXV, No 2. Vilnius: Technika, 1999, p. 69–72 (in Lithuanian).
2. Koch, K. R. Einführung in die Bayes-Statistik. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000. 225 S.
3. Teunissen, P. J. G. An optimality property of the integer least-squares estimator. *Journal of Geodesy*, No 73. Berlin: Springer-Verlag, 1999 b, p. 275–284.
4. Leick, A. GPS Satellite Surveying. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons. 1995. 352 p.
5. Маркузе, Ю. И.; Бойко, Е. Г.; Голубев, В. В. Геодезия. Вычисление и уравнивание геодезических сетей. Справочное пособие. Москва: Картгеоцентгр – Геодезиздат, 1994. 432 с. (in Russian).
6. Fisher, B.; Hegland, M. Collocation, Filtering and Nonparametric Regression, Part 1. Z. F. Vermessungswessen, 1999, Heft 1. Stuttgart, Verlag, K. Witwer, p. 17–24.

Jonas SKEIVALAS. Professor, Doctor Habil.

Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius-40, Lithuania (tel +370 5 2744703, fax +370 5 2744705), e-mail: jonas.skeivalas@ap.vtu.lt.

Author of two monographs and more than 100 scientific papers. He has participated in many international conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks.