



PRECIZINIŲ RASTRŲ FORMAVIMO SISTEMOS JUOSTOS POSLINKIO MATAVIMO JUNGINIO SKAIČIUOJAMIEJI TYRIMAI

Antanas FURSENKO

Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Vilnius, Lietuva
El. paštas antanas.fursenko@vgtu.lt

Santrauka. Precizinės rastrų formavimo sistemos dažnai yra per daug sudėtingos ir skirtingos. Precizinė rastrų formavimo sistema leidžia neidealiomis metrologinėmis sąlygomis dinamiu kalibravimo būdu pasiekti aukštą kalibravimo tikslumą. Darbe išnagrinėtos precizinės rastrų formavimo sistemos vienos pagrindinės dalies (juostos poslinkio matavimo mazgo) analitinio modeliavimo galimybės. Darbe buvo atliktas tiesinis plieninės juostos mechaninis modelis, kurį veikia apkrovos. Darbe aprašytos lygtys, kurios nusako plieninės juostos modelio deformavimą veikiant apkrovoms nustatytais kraštinėmis sąlygomis.

Reikšminiai žodžiai: rastrų formavimas, poslinkio matavimas, dinaminis režimas.

Ivadas

Vieni plačiausiai preciziniuose įrenginiuose kaip palyginimo matai naudojami brūkšniniai ilgio matai (Jakštas 2006; Jakštas *et al.* 2008). Brūkšnių padėties paklaidų dydžiai yra svarbiausi matavimo sistemų parametrai. Gamybą užtikrinantis kalibravimas turi būti realizuotas įterptinės metrologijos sąlygomis, tai yra kai nesudaromos etaloninės kalibravimo sąlygos (Kasparaitis *et al.* 2006). Augantis daugelio gamybos sričių robotizavimo lygis sukelia tikslų brūkšnių ilgio matų poreikį (Barakauskas *et al.* 2008). Tai neįmanoma realizuoti be didelio precizinių skalių kalibravimo našumo (Jakštas *et al.* 2008), kuriam pasiekti kuriamos naujos matavimo sistemos ir metodai, leidžiantys neidealiomis metrologinėmis sąlygomis dinamiu kalibravimo būdu pasiekti didelį kalibravimo tikslumą. Šias problemas įmanoma spręsti atlikus kompleksinius proceso tyrimus ir optimizavimą (Kilikevičius 2009; Kilikevičius *et al.* 2010). Optimizuojant mechanines sistemas atliekama dinaminių parametrų analizė, kuri naudojama sistemos pokyčiams nustatyti (Jurevičius *et al.* 2017; Kilikevičius *et al.* 2016a, 2016b; Kilikevičius, Kasparaitis 2017; Šiaudinytė *et al.* 2016).

Padaryta didelė pažanga atliekant tikslumo tyrimus, tačiau precizinės rastrų formavimo sistemos dažnai yra per daug sudėtingos ir skirtingos, todėl sunku ar beveik neįmanoma perkelti ir pritaikyti joms šių tyrimų pasiekimus tiesiogiai, tokių sistemų kūrimas ir tobulinimas turi remtis tyrimais specifinėje darbo aplinkoje (Kilikevičius *et al.* 2009).

Šiame darbe išnagrinėtos precizinės rastrų formavimo sistemos vienos pagrindinės dalies (juostos poslinkio matavimo junginio) analitinio modeliavimo galimybės. Darbe atliktas tiesinis plieninės juostos mechaninis modelis, kurį veikia apkrovos. Darbe aprašytos lygtys, kurios nusako plieninės juostos modelio deformavimą veikiant apkrovoms nustatytais kraštinėmis sąlygomis.

Poslinkio matavimo junginio skaičiavimo uždavinio matematinis modelis

Vienas svarbiausių įrenginio junginių yra juostos poslinkio matavimo sistema. 1 pav. pateikti juostos poslinkio matavimo sistemos 3D vaizdų pjūviai.

1 pav. juostos poslinkio matavimo sistemą sudaro: 1 – kampo keitiklio bazė, 2 – kampo keitiklio limbas, 3 – optroninės kampo keitiklio galvutės, 4 – precizinis juostos poslinkio matavimo velenas, 5 – sistemos bazė, 6 – gaubtas, 7, 8 – rotorinės sistemos guoliai, 9 – juostos prispaudimo velenas, 10 – juostos prispaudimo mechanizmas. 1 pav. c dalyje juostos linijinio poslinkio transformavimo į matavimo limbo sukimosi mechanizmo suminės paklaidų priežastys yra geometrinės ir kinematinės komponentų paklaidos.

Juostos tempimo tolygumas yra svarbus viso sistemos darbo, lazerio spindulio aktyvavimo valdymo parametras ir daro įtaką formuojamo rastrinio elemento padėties paklaidoms. Yra svarbu nustatyti ne tik tokių svyravimų amplitudę, bet ir dažnį. Kadangi, juostai slenkant kampo keitikliu, dėl labai aukštos skyros formuojamas didžiulis impulsų

kiekis, dėl ribotos elektrinių elementų greitaveikos gali būti prarasta informacija. Tai būtų iš esmės svarbi rastrinių elementų padėties paklaidų priežastis.

Papildomai rastro paklaidą veikiantis parametras yra juostos įtempio pastovumas, kuris dėl juostos tampriųjų deformacijų pagal Huko dėsnį yra tiesiogiai susijęs su rastro elementų padėties paklaidomis.

Juostos įtempio kitimas ir jos deformacijos yra susijusios su juostos poslinkio greičio kitimu.

Bendruoju atveju nagrinėjamas erdvinis uždavinys.

Deformuojamojo kūno pusiausvyros ir geometrinės lygtys bei kraštinės statikos ir kinematikos sąlygos yra tokios:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \sigma + g = 0 \in V, \text{ Pusiausvyros lygtys,} \\ = \nabla^T u \in V, \text{ Geometrinės lygtys,} \\ = D \sigma \in V, \text{ Fizikinės lygtys,} \\ N \sigma = q \in S_f, \\ N \sigma = r \in S_u, \\ u = 0 \in S_u. \end{array} \right. \quad (1)$$

Šioje lygčių sistemoje yra žinomos paviršinės $q = q(x)$ ir tūrinės $g = g(x)$ jėgos bei kraštinės statikos $N \sigma = r \in S_u$ ir kinematikos $u = 0 \in S_u$ sąlygos. Nežinomos čia yra penkiolika funkcijų: 6 įtempių $\sigma = [\sigma_{11}$

$\sigma_{22} \sigma_{33} \sigma_{12} \sigma_{13} \sigma_{23}]^T$ funkcijos, 6 deformacijų $\varepsilon = [\varepsilon_{11} \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} \varepsilon_{12} \varepsilon_{13} \varepsilon_{23}]^T$ funkcijos ir 3 poslinkių $u = [u_1 u_2 u_3]^T$ funkcijos.

Pusiausvyros lygtys. Diferencialinės pusiausvyros lygtys užrašomos taip (šitos lygtys turėtų būti tiesinės, nors, paisydami konstrukcijos deformavimosi įtakos poveikiams, pvz., apkrovoms, vėl gausime netiesinę formuluotę):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} + g_1 = 0, \\ \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} + g_2 = 0, \text{ tūryje } V, \\ \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + g_3 = 0, \end{array} \right. \quad (2)$$

čia g – tūrinė apkrova.

Priklausomybes (2) galima užrašyti ir operatoriaus matricos forma:

$$\nabla \sigma + g = 0, \text{ tūryje } V, \quad (3)$$

čia Hamiltono operatorius ∇ (nabla).

Lygtys (3) išreiškia priklausomybę tarp šešių įtempių funkcijų $\sigma_{11} \sigma_{12} \sigma_{13} \sigma_{23} \sigma_{21} \sigma_{31}$ ir išorinės tūrinės jėgos $g = [g_1 g_2 g_3]^T$. Pagal tamprumo teorijos uždavinio formuluotę dydžiai, apibūdinantys išorines jėgas, kūno matmenis, formą ir tamprumo savybes, turi įeiti į funkcijas $\sigma_{11}(x_1, x_2, x_3)$, $\sigma_{22}(x_1, x_2, x_3)$, ..., $\sigma_{23}(x_1, x_2, x_3)$ kaip kintamieji parametrai.

Geometrinės lygtys. Geometrinės lygtys $\varepsilon = \nabla^T u$ (pagal Koši) šešias deformacijų funkcijas $\varepsilon = [\varepsilon_{11} \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} \varepsilon_{12} \varepsilon_{13} \varepsilon_{23}]^T$ išreiškia trimis poslinkio komponentais $u = [u_1 u_2 u_3]^T$. Kad iš šešių lygčių būtų galima išreikšti tris poslinkių funkcijas u_1, u_2, u_3 , šešias deformacijų funkcijas turi sieti papildomos priklausomybės. Geometrinės deformacijų darnos lygtys gaunamos iš geometrinių lygčių eliminavus poslinkių funkcijas u_1, u_2, u_3 . Tai atliekama dvejopai.

Kontinuumo mechanika remiasi deformavimo ir poslinkių tolydumo prielaida. Matematiškai ši prielaida išreiškia deformacijos ir poslinkių darnos lygtimis: gali būti nelinejinės lygtys, pvz., esant Greeno ir Lagrango deformacijoms, gaunamas geometrinis netiesiškumas

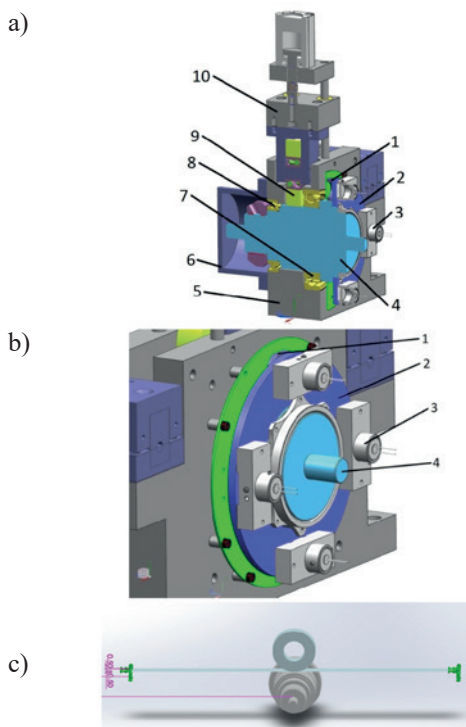
$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad \varepsilon_{12} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}, \\ \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \quad \varepsilon_{13} = \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}, \\ \varepsilon_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, \quad \varepsilon_{23} = \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2}, \end{array} \right. \text{ tūryje } V. \quad (4)$$

Kūno geometrinės lygtys (4) dar vadinamos jas išvedusio Koši vardu. Operatoriaus matricos forma Koši geometrinės lygtis perrašomos:

$$\varepsilon = \nabla^T u \text{ tūryje } V. \quad (5)$$

Pirmoji lygčių grupė, gaunama diferencijuojant (4) lygtis, pirmoji sistemos lygtis diferencijuojama pagal x_2 , antroji – pagal x_1 :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} = \frac{\partial^3 u_1}{\partial x_1 \partial x_2^2}, \quad \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^3 u_2}{\partial x_1^2 \partial x_2}. \quad (6)$$



1 pav. Juostos poslinkio matavimo sistemos vaizdai
Fig. 1. Views of the tape displacement measurement system

Taip gaunama pirmoji deformacijų darnos lygčių grupė: jeigu (4) lygtys netiesinės, tuomet ir šios lygtys netiesinės

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} = 0, \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{13}}{\partial x_1 \partial x_3} = 0, \text{ tūryje } V. \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2 \varepsilon_{23}}{\partial x_2 \partial x_3} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

Antroji lygčių grupė, gaunama diferencijuojant (4) lygtis kita tvarka, pirmoji sistemos lygtis diferencijuojama pagal x_3 , antroji – pagal x_2 , o trečioji – pagal x_1 . Taip gaunama antroji deformacijų darnos lygčių grupė: jeigu (4) netiesinės, tuomet ir šios lygtys netiesinės:

$$\begin{cases} -2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2 \partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x_3} + \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_2} - \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_1} \right) = 0, \\ -2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x_3} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_1} - \frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_2} \right) = 0, \text{ tūryje } V. \\ -2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{33}}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial \varepsilon_{13}}{\partial x_2} + \frac{\partial \varepsilon_{23}}{\partial x_1} - \frac{\partial \varepsilon_{12}}{\partial x_3} \right) = 0, \end{cases} \quad (8)$$

Fizikinės lygtys. Gali būti nelineinės deformacijų atžvilgiu. Atvirkštinis Huko dėsnis gaunamas, išreiškus įtempius deformacijomis:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = 2G \left(\varepsilon_{11} + \frac{\nu \vartheta}{1-2\nu} \right), \sigma_{12} = G \varepsilon_{12}, \\ \sigma_{22} = 2G \left(\varepsilon_{22} + \frac{\nu \vartheta}{1-2\nu} \right), \sigma_{13} = G \varepsilon_{13}, \text{ tūryje } V, \\ \sigma_{33} = 2G \left(\varepsilon_{33} + \frac{\nu \vartheta}{1-2\nu} \right), \sigma_{23} = G \varepsilon_{23}, \end{cases} \quad (9)$$

čia $\vartheta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$, t. y. ϑ – pirmasis deformacijų tenzoriaus $\tilde{\varepsilon}$ invariantas J_1 .

Matricine forma:

$$\varepsilon = D \sigma, \quad (10)$$

čia įtempių vektorius $\sigma = [\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sigma_{12} \ \sigma_{13} \ \sigma_{23}]^T$, deformacijų vektorius $\varepsilon = [\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{22} \ \varepsilon_{33} \ \varepsilon_{12} \ \varepsilon_{13} \ \varepsilon_{23}]^T$. D – elemento dV pasidavimo matrica.

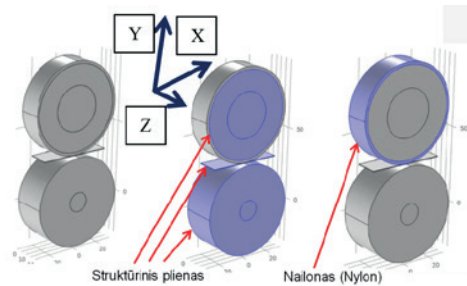
Plieninės juostos modeliavimas

Sudaroma uždavinio aprašymo byla plieninės juostos junginio mechaninėms savybėms skaičiuoti. Programos sugeneruotas baigtinių elementų tinklelis pateiktas 2 pav.

Toliau pateiktas (3 pav.) sudarytas baigtinių elementų tetraedrinis tinklelis.

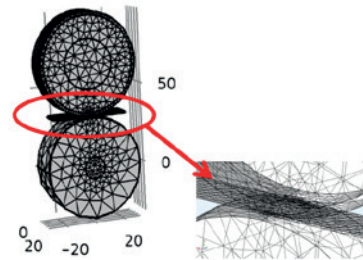
Sudarius baigtinių elementų tinklėlį geometriniam modeliui, kitu etapu modeliuojamas uždavinio sprendimas. Norint sumodeliuoti uždavinio sprendimą, plieninės juostos junginiui priskiriamas lygčių sistemos tipas ir sprendimo metodas. Sprendimo tipas parenkamas stacionarus (*Stationary*), kuris naudojamas nuostoviosios būsenos situacijoms. Sprendžiamas kontakto uždavinys (*Solid Mechanics* aplinkoje). Sprendimo metodas parenkamas iteracinis. Priskyrus lygčių sistemos sprendimo tipą ir sprendimo metodą, sprendžiamas uždavinys.

Gauti uždavinių rezultatai yra pateikti 4–8 pav.: 4 pav. pateiktas plieninės juostos junginio kontaktinių porų slėgio pasiskirstymas; 5 pav. – pirmos ir antros kontaktinių porų slėgio pasiskirstymai pagal kontaktų linijas; 6 pav. – pirmos ir antros kontaktinių porų poslinkio pasiskirstymai pagal kontaktų linijas X, Y ir Z ašis; 7 pav. – nailono kontaktinės zonos poslinkio pasiskirstymas XYZ koordinatėmis; 7 pav. – pirmos ir antros kontaktinių porų poros von Mises įtempių pasiskirstymai 1 ir 2 kontaktų zonoje; 8 pav. – Von Mises įtempių pasiskirstymas kontaktų zonoje.



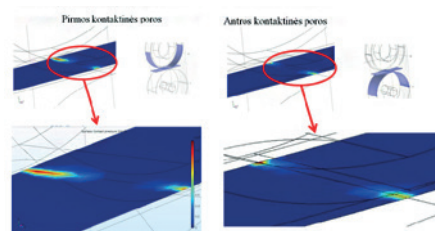
2 pav. Modeliuojamas plieninės juostos junginys

Fig. 2. Simulated steel tape connection



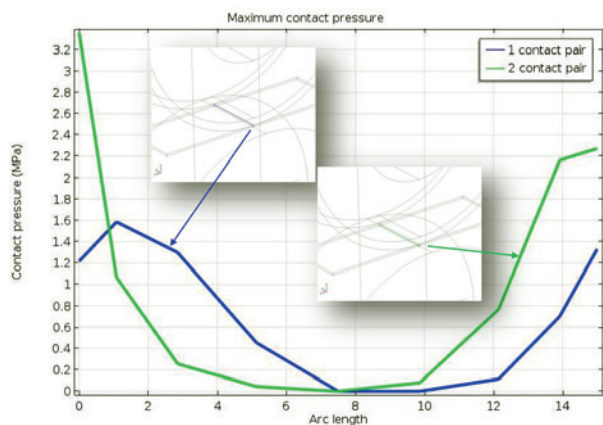
3 pav. Plieninės juostos junginio sudarytas baigtinių elementų tinklelis

Fig. 3. Finite element mesh composed of a steel tape

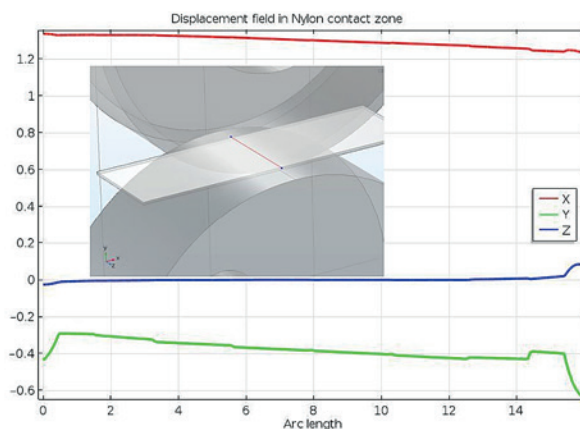


4 pav. Plieninės juostos junginio kontaktinių porų slėgio pasiskirstymas

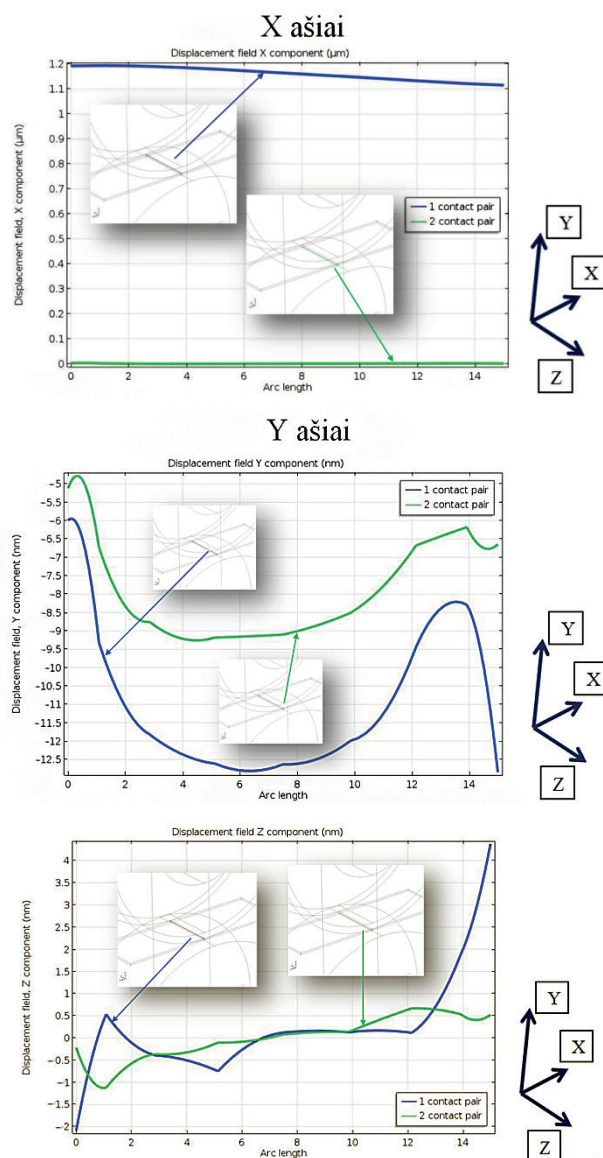
Fig. 4. Distribution of the pressure of the contact pair of the steel tape



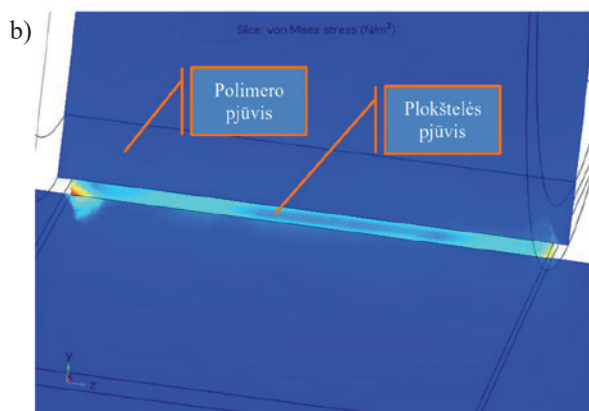
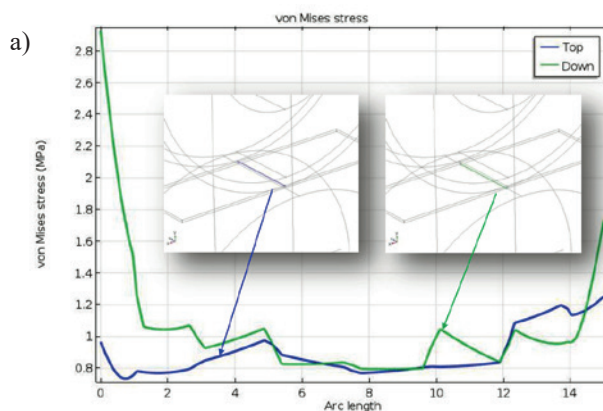
5 pav. Pirmos ir antros kontaktinių porų slėgio pasiskirstymai pagal kontaktų linijas
 Fig. 5. Distribution of the pressure of first and second contact pairs by contact lines



7 pav. Nailono kontaktinės zonos poslinkio pasiskirstymas X, Y ir Z koordinatėmis
 Fig. 7. Distribution of displacement of the nylon contact area by X, Y and Z coordinates



6 pav. Pirmos ir antros kontaktinių porų poslinkio pasiskirstymai pagal kontaktų linijas X, Y ir Z ašis
 Fig. 6. Distributions of the displacement of the first and second contact pairs of the contact lines in the axes X, Y and Z



8 pav. Pirmos ir antros kontaktines poros von Mises įtempių pasiskirstymai 1 ir 2 kontaktų zonoje (a) ir Von Mises įtempių pasiskirstymas kontaktų zonoje (b)
 Fig. 8. Distributions of von Mises stresses of the first and second contact pairs in contact zones 1 and 2 (a), and the distribution of von Mises stresses in the contact area (b)

Iš rezultatų analizės matyti nevienodas kontaktinės poros slėgio pasiskirstymas (4 ir 5 pav.). Ta patį galima pasakyti ir apie įtempius kontaktų zonoje (8 pav.), tai matyti iš polimero struktūros deformacijos (7 pav.), ypač Y krypties (apkrovos vektorių kryptis).

Išvados

Darbe išnagrinėtos precizinės rastrų formavimo sistemos vienos pagrindinės dalies (juostos poslinkio matavimo mazgo) analitinio modeliavimo galimybės.

Darbe buvo atliktas tiesinis plieninės juostos mechaninis modelis, kurį veikia apkrovos. Darbe aprašytos lygtys, kurios nusako plieninės juostos modelio deformavimą veikiant apkrovoms nustatytais kraštinėmis sąlygomis.

Literatūra

- Barakauskas, A.; Kasparaitis, A.; Kojelavičius, P.; Šukys, A. 2008. Compensating Accuracy of ABBE Errors of Linear Laser Calibrator, in *Proceedings of 13th International Conference* April 3–4, 2008, Kaunas University of Technology, Lithuania, *Mechanika* 2008: 39–43. ISSN 1822–2591.
- Jakštas, A. 2006. *Precizinių ilgio kalibravimo sistemų tyrimas*: Daktaro disertacija. KTU, Kaunas.
- Jakštas, A.; Kaušinis, S.; Barauskas, R.; Barakauskas, A.; Kasparaitis, A. 2008. Software based control techniques for precision line scale calibration, in *Proceedings of the 11th Biennial Baltic Electronics Conference* 5(8): 223–226.
- Jurevičius, M.; Skeivalas, J.; Kilikevičius, A.; Turla, V. 2017. Vibrational analysis of length comparator, *Measurement* 103: 10–17. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.02.010>
- Kasparaitis, A.; Vekteris, V.; Kilikevichius, A. 2006. A vibration source in comparator, in *Seventh International Conference on Vibration Measurements by Laser Techniques: Advances and Applications*, 2006, Ancona, Italy, *Proceedings of SPIE* 6345, 63450-1.
- Kilikevičius, A. 2009. *Ilgio matavimo mechatroninio komparatoriaus dinaminų paklaidų tyrimas*: Daktaro disertacija. VGTU, Vilnius.
- Kilikevičius, A.; Jurevičius, M.; Berba, M. 2010. Research of dynamics of a vibration isolation platform, *Journal of Vibroengineering* 12(3): 361–367.
- Kilikevičius, A.; Jurevičius, M.; Skeivalas, J.; Kilikevičienė, K.; Turla, V. 2016a. Vibrational analysis of angle measurement comparator, *Signal, Image and Video Processing* 10(7): 1287–1294. <https://doi.org/10.1007/s11760-016-0956-8>
- Kilikevičius, A.; Kasparaitis, A.; Lazdinas, R.; Kilikevičienė, K. 2016b. Kinematic and dynamic errors during the measurement of linear displacements using the angle transducers, *Mechanika* 22(3): 212–216. <https://doi.org/10.5755/j01.mech.22.3.14180>
- Kilikevičius, A.; Petraška, A.; Juraitis, S. 2009. Measurement errors of comparator on carriage vibrations, *Journal of Vibroengineering* 11(4): 658–664.
- Kilikevičius, A.; Kasparaitis, A. 2017. Dynamic research of multi-body mechanical systems of angle measurement, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing* 18(8): 1065–1073. <https://doi.org/10.1007/s12541-017-0125-1>
- Šiaudinytė, L.; Kilikevičius, A.; Sabaitis, D.; Grattan, K. T. V. 2016. Modal analysis and experimental research into improved centering – leveling devices, *Measurement* 88: 9–17. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2016.01.044>

ANALYTICAL RESEARCH OF DISPLACEMENT MEASURING UNIT OF THE PRECISE RASTER-FORMING SYSTEMS

A. Fursenko

Abstract

The precision raster-forming systems creation and development must be based on research in the specific work environment. In not ideal metrological conditions the precision raster-forming system allows to achieve high accuracy of the calibration, when used dynamic calibration method.

The paper analyzes the possibility of analytical modeling of one main part (steel tape displacement measuring unit) of precise raster forming systems. In the work, a linear mechanical model of steel tape was applied to the load. The work described the equation, which describes the steel tape deformation model under loads with boundary conditions.

Keywords: raster formation, displacement measurement, dynamic mode.