

JAUTRUMO ANALIZĖS METODAI IR JŲ NAUDOJIMAS DAUGIAKRITERINIAMS SPRENDIMAMS ANALIZUOTI

Rūta Simanavičienė¹, Leonas Ustinovičius²

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

El. paštas: ¹ruta.simanaviciene@vgtu.lt; ²leonas.ustinovicius@vgtu.lt

Santrauka. Straipsnyje apžvelgiami jautrumo analizės metodai, aptariamose šių metodų taikymo srityse: matematinio modelio ir sprendimo priėmimo jautrumui nustatyti. Pateikiamas jautrumo analizės metodų taikymo pavyzdys, kai priimami daugiakriteriniai sprendimai. Atlikus susijusių darbų analizę nustatyta, jog daugiakriteriniams sprendimams jautrumo analizė atliekama rodiklių (faktorių) reikšmingumo reikšmių atžvilgiu. Šiame darbe siūloma daugiakriteriniams sprendimams jautrumo analizę atlikti rodiklių reikšmių atžvilgiu.

Reikšminiai žodžiai: jautrumo analizės metodai, daugiakriteriniai sprendimo priėmimo metodai, jautrumo analizė, sprendimų priėmimas.

Įvadas

Jautrumo analizė (JA) yra svarbus uždavinys priimant daugiakriterinius sprendimus (angl. *Multiple Criteria Decision Making – MCDM*). Analizuojant tikrinama, ar atlikus nežymius pradinių duomenų, arba preferencijų, pakeitimus, galutinis sprendimo rezultatas pasikeis. Jautrumo analizė apibrėžiama kaip poveikio analizė, t. y. ji tikrina, ar kinta ir kaip kinta galutinis sprendimo rezultatas, keičiant pradinius duomenis ar modelio parametrus. Gauti sprendimo rezultatai lyginami su fiksuotu sprendimo rezultatu (Giupponi 2004).

Modelio jautrumo analizė nagrinėja, koks ryšys yra tarp modelio išėjimo ir įėjimo skirtingų parametrų neapibrėžtumo. Modelis – tai realaus pasaulio įvairios prigimties sistemų ar procesų formalus atvaizdavimas (Saltelli 2008).

Mokslinėje literatūroje jautrumo analizė apibrėžiama dviem aspektais: a) kai nustatomas matematinio modelio jautrumas kiekvieno parametro atžvilgiu; b) kai vertinamas sprendimo priėmimo jautrumas pradinių duomenų varijavimo atžvilgiu.

Daugelio sprendimo paramos sistemų pagrindas yra matematiniai modeliai (Turban *et al.* 2001). Šių sistemų paskirtis – pagelbėti sprendžiant daugiakriterinius uždavinius, kai taikomi įvairūs daugiakriteriniai sprendimo priėmimo metodai (Triantaphyllou 2000; Zeleny 1982).

Darbe apžvelgiami jautrumo analizės metodai ir jų panaudojimo pavyzdys.

Matematinio modelio jautrumo analizė

Matematinio modelio parametrų jautrumo analizė skirta ištirti veiksnius, labiausiai sąlygojančius modelio rezultato neapibrėžtumą. Tipiškas jautrumo analizės rezultatas yra svarbiausių modelio parametrų sąrašas, parametrų svarbą vertinant kiekybiniais dydžiais. Kadangi žinomas ne vienas jautrumo analizės statistinis metodas, svarbu ne tik teisingai pasirinkti konkretų metodą, bet ir palyginti gautus rezultatus su kitų metodų gautais rezultatais.

Pagal jautrumo analizės rezultatus galime nustatyti, kurių modelio parametrų tikslesnis įvertinimas leistų gerokai sumažinti modelio rezultato neapibrėžtumą, ir kurių parametrų tolesnis tikslinimas nėra prasmingas dėl jų mažos įtakos rezultatui. Kadangi parametrų įvertinimas dažnai susijęs su turimomis žiniomis apie tam tikrus fizikinius dydžius ar reiškinius, tiksliau parametrai įvertinti gali tekti atlikti papildomus eksperimentinius tyrimus. Taigi jautrumo analizė gali padėti numatyti prioritetinius eksperimentinius tyrimus ir objektyviai spręsti optimalaus lėšų paskirstymo brangiems tyrimams klausimą.

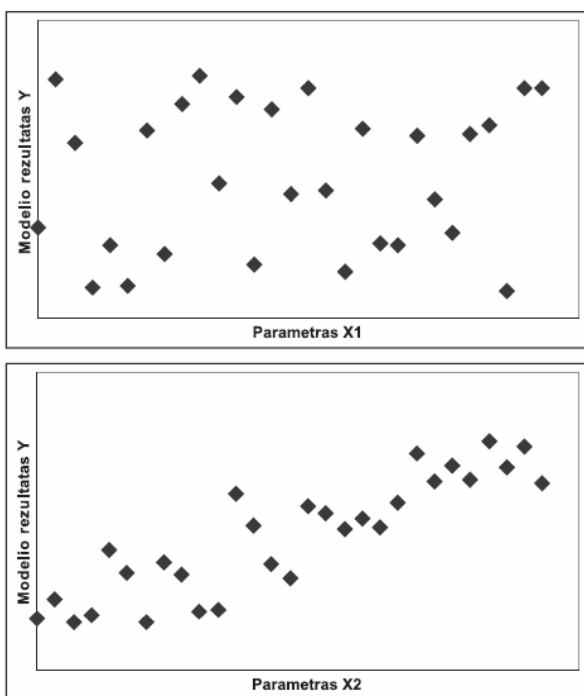
Jautrumo analizės metodai skirstomi į lokalius ir globalius.

Dažniausiai naudojamas lokalus jautrumo indeksas – modelio rezultato išvestinė. Pagrindinis lokalių jautrumo indeksų trūkumas yra tas, kad jie vertina parametrų įtaką modelio rezultatui tik vieno taško nedidelėje aplinkoje, o ne visame parametro reikšmės kitimo intervale. Lokalus jautrumo indeksai taip pat neįvertina para-

metrų reikšmių tikimybinių skirstinių, todėl juos naudoti jautrumo analizei nerekomenduojama.

Vienas paprasčiausių jautrumo analizės metodų yra sklaidos diagramų analizė. Paprastai tokią grafinę analizę rekomenduojama atlikti jautrumo analizės pradiniam etape, kad būtų galima nesunkiai pastebėti esamus tiesioginius modelio parametrų ir rezultato sąryšius.

Sklaidos diagramos pavyzdžiai pateikti 1 pav. Pavyzdžiuose matyti, kad parametro X_1 reikšmės nėra susijusios su modelio rezultato Y reikšmėmis, tačiau parametro X_2 atveju tokia priklausomybė egzistuoja. Parametro X_2 mažesnės reikšmės yra susijusios su modelio rezultato mažesnėmis reikšmėmis, o didesnės – su rezultato didesnėmis reikšmėmis (Kopustinskas 2007).



1 pav. Modelio rezultato jautrumas parametrų atžvilgiu
Fig. 1. The dependence of model results on parameters

Globalios jautrumo analizės metodai pagal skaičiavimo principus skirstomi į imties ir dispersijos išskaidymo metodus. Priminsime, kad Wilkso neapibrėžtumo analizės metodas skirtas tik tarpusavyje nepriklausomų modelio parametrų atveju. Jautrumo analizės metodai priklausomų modelio parametrų atveju taip pat pakankamai išplėtoti, tačiau jie kur kas sudėtingesni.

Daugiakriterinio sprendimo jautrumo analizė

Dažnai MCDM uždaviniuose duomenys yra sunkiai išreiškiami skaičiais ar lengvai kintantys. Šiuo atveju sprendimus priimantis asmuo (SPA) pradžioje turi įvertinti duomenis su tam tikru tikslumu, o nustačius labiau

kritiškus duomenis, juos įvertinti su didesniu tikslumu. Tokiu būdu SPA gali ranguoti alternatyvas nepervertindamas nekritiškų duomenų, ir šiuo rangavimu bus galima tikrai pasitikėti. Taigi reikia atlikti MCDM uždavinių jautrumo analizę.

Tipiškos MCDM uždavinio jautrumo analizės tikslas yra išsiaiškinti, kaip pasikeis alternatyvų rangavimas, įvesties duomenis (t. y. kriterijų reikšmės – a_{ij} ir kriterijų svorius – w_j) pakeitus naujomis reikšmėmis. Kaip atlikti MCDM jautrumo analizę, nagrinėjo Insua (1990). Jis parodė, kad sprendimo priėmimo problema gali būti nepaprastai jautri tam tikriems problemos parametrų pakeitimams. Jo išvados patvirtina jautrumo analizės reikalingumą.

Masuda (1990) tyrinėjo kai kuriuos jautrumo klausimus AHP (angl. *Analytic hierarchy process*) metodui. Jis susitelkė ties sprendimo priėmimo matricos stulpelių vektorių pokyčių analize, skirta įtakos alternatyvų rangavimui. Siūlomame metode Masuda generuoja galutinio alternatyvų eiliškumo vektoriaus jautrumo koeficientus kiekvienam sprendimų matricos stulpeliui (2 pav.).

Alt.	Kriterijai				
	C_1 W_1	C_2 W_2	C_3 W_3	...	C_N W_N
A_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	...	a_{1N}
A_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	...	a_{2N}
A_3	a_{31}	a_{32}	a_{33}	...	a_{3N}
...
A_M	a_{M1}	a_{M2}	a_{M3}	...	a_{MN}

2 pav. Tipiška sprendimo matrica
Fig. 2. A typical solution matrix

Didelis koeficientas reiškia, kad galutinės alternatyvų prioritetų reikšmės žymiai pasikeis, jeigu bus nedidelis pasikeitimas atitinkamuose sprendimo matricos stulpelių vektoriuose. Tačiau tai negarantuoja, kad padėtis rangų skalėje tarp alternatyvų pasikeis dėl stulpelių vektorių pakeitimų. Triantaphyllou ir Sanchez (1997) pasiūlė bendrą požiūrį į jautrumo analizę trims svarbesniems MCDM metodams: WSM, WPM ir AHP (pirminis ir patikslintas). Jie nagrinėja vieno parametro (a_{ij} ar w_j) pakeitimo poveikį galutiniam alternatyvų surangavimui. Toks metodas gali būti panašus į Masud'os išplėtotą metodą su alternatyvaus rangavimo pasikeitimo akcentavimu, kuris daug naudingesnis praktiniams pritaikymams. Taip pat straipsnyje autoriai pristatė kai kuriuos empirinius tyrimus kritiškiausiam kriterijui (w_{ij}) bei kritiškiausiai charakte-

ristikos reikšmei (a_{ij}) bendrame MCDM uždavinyje nustatyti. Jautrumo analizė yra esminė sąvoka (konceptas) efektyviam kiekybinio sprendimo modelio naudojimui ir įgyvendinimui (Dantzig 1963). Naudojant MCDM metodus realaus gyvenimo uždaviniuose, nerekomenduojama jos ignoruoti (Triantaphyllou 1998).

Jautrumo analizė sprendimus priimančiam asmeniui nepateikia nei rizikos priimti neteisingą sprendimą tikimybinio mato, nei detalaus veiksmų plano, kaip nustatyti riziką (Pannell 1997). Tačiau jautrumo analizės metodai yra naudingi šiose situacijose:

- priimant sprendimą, identifikuojant kritinę vertę / kriterijų, nustatant sprendimo stabilumą ir rizikingumą;
- didinant patikimumą ir konfidencialumą komunikuojant;
- siekiant geriau suprasti įvesties ir išvesties sąryšį bei modelio poreikius ir apribojimus, kai modeliuojamas procesas.

Jautrumo analizės metodai skirstomi į:

- lokaliajo lygmens metodus, kurie nagrinėja tikrai duoto pradinio taško situaciją;
- globaliojo lygmens metodus, kurie keičia visus įvesties parametrus savo neapibrėžtumo diapazone.

Atliekant jautrumo analizės eksperimentą vieno parametro atžvilgiu, visi kiti parametrai yra fiksuoti. Tai yra vienas iš galimų variantų, kai dviejų ar daugelio parametų sąveika yra ignoruojama, ir jų jungtinis poveikis nėra analizuojamas. Antras variantas – kai keičiamos visų esamų parametų reikšmės jų neapibrėžtumo diapazone. Tačiau, atliekant tokius bandymus, skaičiavimai yra labai sudėtingi, todėl globaliojo lygmens jautrumo analizės metodai nelabai praktiški. Jautrumo analizės atlikimas gali būti sudėtingas procesas (Giupponi 2004).

Jautrumo analizės metodų taikymo sprendimo rengimo sistemose pavyzdys

Italų mokslinių tyrimų institutas Fondazione Eni Enrico Mattei (FEEM), įkurtas 1989 metais, sukūrė sprendimų rengimo sistemą MDSS4. Šios sistemos paskirtis – padėti vandens valdymo įstaigoms valdyti vandens resursus. Sprendimams priimti sistemoje naudojami daugiakriteriniai sprendimo priėmimo metodai (angl. *Multiattribute Decision Making* – MADM). Tinkama JA priklauso nuo sprendimo taisyklių parinkimo pagal nustatytas preferencijas. Tuo metu, kai aptarinėjamas sprendimo taisyklių, pagrįstų rodiklių reikšmingumais, įgyvendinimas MDSS sistemoje, didžiausias jautrumo analizės rūpestis buvo orientuotas į rodiklių reikšmingumo neapibrėžtumą.

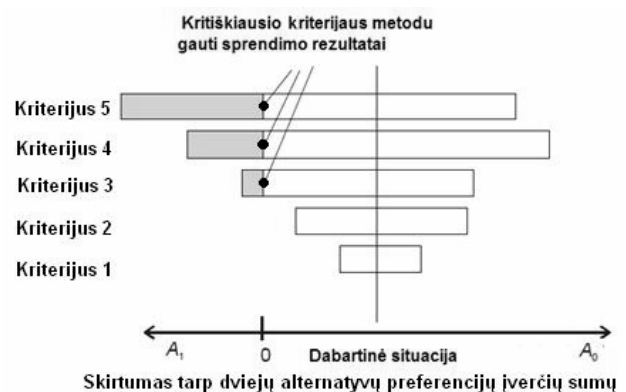
MDSS sprendimo rengimo sistemoje naudojami du jautrumo analizės metodai:

- kritiškiausias kriterijus: identifikavimas kriterijaus, kurio mažiausias dabartinio svorio reikšmės pakeitimas gali pakeisti egzistuojančių alternatyvų padėtį rangų skalėje;
- tornado diagrama: diagramoje vaizduojamas dviejų alternatyvų preferencijų palyginimas, atsižvelgiant į parametų variavimo diapazonus.

Kritiškiausio kriterijaus metodas. Šis metodas, išvystytas Triantaphyllou (2000), nagrinėja kritiškiausio kriterijaus, kuriam reikalinga tik minimalios esamo reikšmingumo reikšmės pakeitimas, kad pasikeistų alternatyvų rangų sutvarkymas, egzistavimą. Naudojamas kritiškiausio kriterijaus metodą vartotojas gali tiesiogiai išbandyti bei minimaliai pakeisti kriterijų reikšmingumo reikšmes, turinčias įtakos galutinio alternatyvų rangavimui.

Tornado diagramos. Tornado diagrama yra grafinis jautrumo analizės metodas. Šio metodo pranašumas yra vizualus jautrumo pavaizdavimas. Jis lygina du pasirinkimus (pagrindinį ir sumodeliuotą) vienu metu. Horizontalios juostos vaizduoja atlikto pasirinkimo, gauto keičiant kiekvieno kriterijaus svorio reikšmes, diapazoną. Juostos yra sutvarkytos nuo ilgiausios link trumpiausios (einant žemyn) ir tokiu būdu sudaroma „tornado“ formos diagrama (3 pav.).

Ant x ašies parodomas skirtumas tarp lyginamų sprendimų rezultatų. Pastebėta, kad nulinė reikšmė sutampa su vienodu abiejų pasirinkimų galutiniu rezultatu ir tai atitinka svorių reikšmes, kurios buvo gautos taikant kritiškiausio kriterijaus metodą.



3 pav. Tornado diagrama

Fig. 3. Tornado diagram

Apibendrinimas ir išvados

Kiekybinių kriterijų reikšmės yra paprastai nustatomos su tam tikromis klaidomis. Jei matavimai nėra tikslūs, gautas rezultatas taip pat toks nebus (Borcherding 1995). Tuo atveju, kai sprendimo priėmimu yra suinteresuoti ne vienas, o keli asmenys, gali kilti problemų dėl pradinio duomenų nustatymo (pradiniai duomenys – tai nagrinėjamų alternatyvų rodiklių (kriterijų) reikšmės). Tuomet kyla klausimas: ar šioje situacijoje sprendimo priėmimas, naudojant kiekybinius daugiakriterinius sprendimo priėmimo metodus, yra jautrus pradinio duomenų atžvilgiu? Jeigu daugiakriteriniuose sprendimo priėmimo metoduose nėra nustatyti reikalavimai pradiniam duomenims, mes negalime įvertinti, ar sprendimo priėmimo rezultatas yra patikimas.

Šiame darbe apžvelgti jautrumo analizės metodai, aprašytas jautrumo analizės metodų panaudojimas vienoje sprendimo paramos sistemoje. Taip pat pastebėta, kad dauguma mokslininkų daugiakriterinių uždavinių atveju nagrinėja rezultatų jautrumą rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, bet nenagrinėja rodiklių reikšmių atžvilgiu.

Šiame darbe siūloma atkreipti dėmesį į rezultatų jautrumą kriterijų reikšmių atžvilgiu. Toks požiūris į jautrumo analizę nebuvo aprašytas nagrinėtoje literatūroje. Apibendrinant šį darbą, daromos tokios išvados:

1. Pastebėta, jog daugiakriterinio sprendimo jautrumo analizė dažniausiai atliekama rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu.
2. Jeigu sprendimo priėmimui naudojame kiekybinius metodus, tai sprendimo priėmimo jautrumui nustatyti galima taikyti tuos jautrumo analizės metodus, kurie taikomi matematinių modelių jautrumui nustatyti.
3. Atliekant sprendimo priėmimo jautrumo analizę, siūlome jautrumą nustatyti ne tik rodiklių reikšmingumo bet ir rodiklių reikšmių atžvilgiu.
4. Ateityje planuojama atlikti kiekybinių daugiakriterinių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizę ir pateikti pasiūlymą sprendimo, gauto naudojant šiuos metodus, jautrumui nustatyti.

Literatūra

- Borcherding, K.; Schmeer, S.; Weber M. 1995. Biases in multiattribute weight elicitation, iš J-P. Caverni, J.-P. (Ed.). *Contributions to Decision Making*. Amsterdam: Elsevier.
- Frey, Ch. H.; Sumeet, R. Patil. 2002. *Identification and review of sensitivity analysis methods* [interaktyvus], [žiūrėta 2010-03-14]. Prieiga per internetą: <<http://www.ce.ncsu.edu/risk/abstracts/frey.html>>.
- Friedl, L. 2006. *Decision support systems: Methods to extend science to decision making*. American Geophysical Union,

Fall Meeting [interaktyvus], [žiūrėta 2010-03-14]. Prieiga per internetą: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/2006AGUFM.PA31A0818F>>.

- Giupponi, C.; Mysiak, J.; Fassio, A.; Cogan, V. 2004. MULINO-DSS: A computer tool for sustainable use of water resources at the catchment scale, *Giupponi Mathematics and Computers in Simulation* 64: 13–24.
doi:10.1016/j.matcom.2003.07.003
- Hammond, J. S.; Keeney, R. L.; Raiffa, H. 1998. *Smart Choices: A practical Guide to Making Better Decisions*. Boston: Harvard Business School Press.
- Heylighen, F. (Ed.). 2001. *Web Dictionary of Cybernetics and Systems, part of the Principia Cybernetica Web*. Brussels and Los Alamos: Principia Cybernetica.
- Hwang, C. L.; Yoon, K. 1981. *Multiple attribute decision making – methods and applications*. Berlin: Springer Verlag.
- Kopustinskas, V.; Alzbutas, R.; Augutis, J. 2007. Matematinio modelių parametrų jautrumo ir rezultatų neapibrėžtumo statistiniai tyrimo metodai, *Energetika* 53(3): 10–15.
- Makowski, M. 2001. *Multi-objective Decision Support Including Sensitivity analysis* [interaktyvus], [žiūrėta 2010-03-14]. Prieiga per internetą: <<http://www.iiasa.ac.at/~marek>>.
- Pannell, D. J. 1997. Sensitivity analysis of normative economic models: Theoretical framework and practical strategies, *Agricultural Economics* 16: 139–152.
doi:10.1016/S0169-5150(96)01217-0
- Saltelli, A.; Ratto, M.; Andres, T.; Campolongo, F.; Cariboni, J.; Gatelli, D.; Saisana, M.; Tarantola, S. 2008. *Global sensitivity analysis. The primer*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Swift, L. 2001. *Quantitative methods for Business, management and finance*. Palgrave Macmillan.
- Triantaphyllou, E.; Shu, B.; Nieto Sanchez, S.; Ray, T. 1998. Multi-Criteria Decision Making: An Operations Research Approach, in *Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*. Webster, J. G. (Ed.). New York: John Wiley & Sons 15: 175–186.
- Turban, E.; Aronson, J. E. 2001. *Decision support systems and intelligent systems*. Prentice-Hall.
- Ullman, D. G. 2006. *Making Robust Decisions*. Trafford: Trafford Publishing.
- Ustinovichius, L.; Zavadskas, E. K.; Podvezko, V. 2007. The Application of a quantitative multiple criteria decision making (MCDM-1) approach to the analysis of investments in construction, *Control and Cybernetics* 36(1): 251–268.
- Zavadskas, E. K.; Ustinovichius, L.; Peldschus, F. 2003. Development of Software for Multiple Criteria Evaluation, *Informatica* 14(2): 259–272.

THE METHODS OF SENSITIVITY ANALYSIS AND THEIR USAGE FOR ANALYSIS OF MULTICRITERIA DECISION

R. Simanavičienė, L. Ustinovičius

Abstract

In this paper we describe the application's fields of the sensitivity analysis methods. We pass in review the application of these methods in multiple criteria decision making, when the initial data are numbers. We formulate the problem, which of the sensitivity analysis methods is more effective for the usage in the decision making process.

Keywords: the methods of sensitivity analysis, multicriteria decision making methods, sensitivity analysis, decision making.